TRANSFORMADA INVERSA

Definición. El Proceso que utiliza $F(s)$ para llegar a $f(t)$ es llamado *Transformada Inversa o Transformación Inversa*. Se dice entonces que $f(t)$ es la Transformada Inversa de Laplace de $F(s)$ y se expresa:

$$L^{-1}\{F(s)\} = f(t) \quad \text{ó} \quad f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$$

ALGUNAS TRANSFORMADAS INVERSAS

$$a)\quad 1 = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} \qquad b)\quad t^n = L^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\},\quad n = 1,2,3,\ldots$$

$$c)\quad e^{at} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\} \qquad d)\quad Sen(kt) = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2+k^2}\right\}$$

$$e)\quad Cos(kt) = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+k^2}\right\} \qquad f)\quad Senh(kt) = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2-k^2}\right\}$$

$$g)\quad Cosh(kt) = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2-k^2}\right\}$$

Ejercicios

1.- Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^5}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s^5}\right\} = \frac{1}{4!}L^{-1}\left\{\frac{4!}{s^5}\right\} = \frac{1}{4!}t^4 = \frac{1}{24}t^4$$

2.- Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+64}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+8^2}\right\} = \frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{8}{s^2+8^2}\right\} = \frac{1}{8}Sen(8t)$$

3.- Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{3s+5}{s^2+7}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{3s}{s^2+7}+\frac{5}{s^2+7}\right\} = 3L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+7}\right\} + 5L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+7}\right\}$$

$$= 3Cos(\sqrt{7}\,t) + \frac{5}{\sqrt{7}}Sen(\sqrt{7}\,t)$$

4.- Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)}\right\}$

Por fracciones parciales:

$$\frac{1}{(s-1)(S+2)(S+4)}=\frac{a}{s-1}+\frac{b}{s+2}+\frac{c}{s+4}$$

$$1=a(s+2)(s+4)+b(s-1)(s+4)+c(s-1)(s+2)$$

---- Si s = 1, tenemos: $1=a15 \qquad a=\frac{1}{15}$

--- Si s = - 4, tenemos: $1=c(-5)(-2) \qquad c=\frac{1}{10}$

--- Si s = -2, tenemos: $1=b(-3)(2) \qquad b=-\frac{1}{6}$

Luego: $L^{-1}\left\{\frac{1/15}{s-1}-\frac{1/6}{s+2}+\frac{1/10}{s+4}\right\}=\frac{1}{15}e^{t}-\frac{1}{6}e^{-2t}+\frac{1}{10}e^{-4t}$

5.- Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}\right\}$

$$\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}=\frac{a}{s}+\frac{b}{s^2}+\frac{c}{s^3}+\frac{ds+e}{s^2+4}$$

$$3s-2=as^2(s^2+4)+bs(s^2+4)+c(s^2+4)+(ds+e)s^3$$

$$3s-2=as^4+4as^2+bs^3+4bs+cs^2+4c+ds^4+es^3$$

Igualando coeficientes tenemos:

$$b+e=0 \qquad 4a+c=0 \qquad 4b=3 \qquad a+d=0 \qquad 4c=-2$$

$$e=-\frac{3}{4} \qquad a=\frac{1}{8} \qquad b=\frac{3}{4} \qquad d=-\frac{1}{8} \qquad c=-\frac{1}{2}$$

Luego:

$$L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}\right\}=L^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{8}}{s}+\frac{\frac{3}{4}}{s^2}-\frac{\frac{1}{2}}{s^3}+\frac{-\frac{1}{8}s-\frac{3}{4}}{s^2+4}\right\}$$

$$=\frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}+\frac{3}{4}L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}-\frac{1}{2}L^{-1}\left\{\frac{1}{s^3}\right\}-\frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+4}\right\}-\frac{3}{4}L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+4}\right\}$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{3}{4}t-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{8}Cos(2t)-\frac{3}{8}Sen(2t)$$

PROPUESTO: Evalúe $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2(s+2)^3}\right\}$ $R: -\frac{1}{16}+\frac{1}{8}t+\frac{1}{16}e^{-2t}-\frac{1}{8}t^2e^{-2t}$

PARA VOLVER AL MENÚ ANTERIOR PRESIONE Laplace
EN EL MENU PRINCIPAL