# SUCESIÓN

**Definición.** Una sucesión o secuencia es una función cuyo dominio es el conjunto de los enteros positivos.

Ejemplo: Si $f(n) = \frac{n}{2n+1}$, entonces:

$f(1) = \frac{1}{3}$ , $f(2) = \frac{2}{5}$ , $f(3) = \frac{3}{7}$ , $f(4) = \frac{4}{9}$ , y así sucesivamente.

Esta sucesión se representaría:

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{4}{9}, \dots, \frac{n}{2n+1}, \dots$$

<u>CONVERGENCIA O DIVERGENCIA</u>

Definición. Si una sucesión $\{a_n\}$ tiene un límite para $x \to +\infty$ la sucesión se dice que es CONVERGENTE y decimos que $a_n$ converge a ese límite. Si la sucesión no es convergente, se dice que es DIVERGENTE.

**Ejercicios.**

1.- Determinar si $\left\{\frac{4n^2}{2n^2+1}\right\}$ es convergente o divergente

Podemos escribir a la sucesión como $f(x) = \frac{4x^2}{2x^2+1}$ y determinamos el límite:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4x^2}{2x^2+1}\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{2 + \frac{1}{x^2}} = 2$$

La Sucesión converge a 2.

2.- Determinar si $\left\{n\ Sen\left(\frac{\pi}{n}\right)\right\}$ es convergente o divergente.

Escribimos a la sucesión como $f(x) = x\ Sen\left(\frac{\pi}{x}\right)$

Aplicamos el límite:

$$\lim_{x\to+\infty} x\ Sen\left(\frac{\pi}{x}\right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{Sen\left(\frac{\pi}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{0}$$

Aplicamos L´Hopital:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{-\frac{\pi}{x^2} Cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \pi\ Cos\left(\frac{\pi}{x}\right) = \pi$$

La sucesión converge a $\pi$

Teorema: Si $\{a_n\}\ y\ \{b_n\}$ *son sucesiones convergentes y c es una constante, entonces*:

$$(i)\ la\ sucesión\ constante\ \{c\}\ tiene\ a\ c\ como\ su\ límite;$$

$$(ii)\ \lim_{n\to+\infty} c\ a_n = c \lim_{n\to+\infty} a_n\ ;$$

$$(iii)\ \lim_{n\to+\infty} (a_n \pm b_n) = \lim_{n\to+\infty} a_n \pm \lim_{n\to+\infty} b_n\ ;$$

$$(iv)\ \lim_{n\to+\infty} a_n\, b_n = \left(\lim_{n\to+\infty} a_n\right)\left(\lim_{n\to+\infty} b_n\right)$$

$$(v)\ \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to+\infty} a_n}{\lim_{n\to+\infty} b_n} \quad si\ \lim_{n\to+\infty} b_n \neq 0$$

Demuestre que la sucesión $\left\{\frac{n^2}{2n+1}\ Sen\left(\frac{\pi}{n}\right)\right\}$ es convergente y encontrar el límite de la misma.

Hacemos $a_n = \frac{n}{2n+1} \quad y \quad b_n = n\ Sen\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Aplicamos límite a ambas sucesiones, teniendo que:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2x+1} = \frac{1}{2} \qquad y \qquad \lim_{x\to+\infty} n\, Sen\left(\frac{\pi}{n}\right) = \pi$$

Por el teorema estudiado, $\frac{n^2}{2n+1}\, Sen\left(\frac{\pi}{n}\right)$ es convergente

$$\lim_{x\to+\infty} \left\{\frac{n^2}{2n+1}\, Sen\left(\frac{\pi}{n}\right)\right\} = \frac{\pi}{2}$$

PARA VOLVER AL MENÚ ANTERIOR PRESIONE Series y Sucesiones
EN EL MENU PRINCIPAL