TAYLOR Y MACLAURIN

SERIE DE TAYLOR

Forma General:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots$$

SERIE DE MACLAURIN

Definición. Esta serie es un caso particular de la serie de Taylor con a=0.

Forma General:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}(x)^n = f(0) + f'(0)(x) + \frac{f''(0)(x)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}(x)^n + \cdots$$

Ejercicios.

1.- Determine la serie de Maclaurin para e^x .

Si $f(x) = e^x$, $f^{(n)}(x) = e^x$ y $f^{(n)}(0) = 1$ para toda n, entonces:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

2.- Determine la serie de Taylor para $Sen(x)$ en a.

$$f(x) = Sen(x); \quad f'(x) = Cos(x); \quad f''(x) = -Sen(x); \quad f'''(x) = -Cos(x)$$
$$f(a) = Sen(a); \quad f'(a) = Cos(a); \quad f''(a) = -Sen(a); \quad f'''(a) = -Cos(a)$$

Luego:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = Sen(a) + Cos(a)(x-a) - \frac{Sen(a)}{2}(x-a)^2 - \frac{Cos(a)}{6}(x-a)^3 + \cdots$$

Teorema.

Sea f una función tal que f y todas sus derivadas existen en algún intervalo $(a-r, a+r)$. Entonces la función se representa por su serie de Taylor $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$ para toda x tal que $|x-a| < r$ si y sólo si

$$\lim_{n\to+\infty} R_n(x) = \lim_{n\to+\infty} \frac{f^{(n+1)}(\epsilon_n)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} = 0$$

Donde cada ϵ_n está entre x y a.

PARA VOLVER AL MENÚ ANTERIOR PRESIONE Series y Sucesiones
EN EL MENU PRINCIPAL